

REVISIONS : ARITHMETIQUE



EXERCICE 1 : Mettre seulement une croix dans les cases du tableau où la réponse est OUI.

	9 516	30	605	351	202	345	49	738	924	198 720	272
Divisible par 2											
Divisible par 3											
Divisible par 4											
Divisible par 5											
Divisible par 9											
Divisible par 10											
Somme des chiffres											

EXERCICE 2 :

Trouver tous les diviseurs des nombres suivants :

❶ 56

❷ 90

❸ 64

❹ 123

❺ 102

EXERCICE 3 :

1) Parmi les cinq nombres suivants, un seul est premier. Lequel ?

14	25	31	57	77
----	----	----	----	----

2) Parmi les cinq nombres suivants, un seul n'est pas premier. Lequel ?

19	29	37	49	59
----	----	----	----	----

EXERCICE 4 :

a) Dans chaque cas, trouver tous les diviseurs communs aux deux nombres proposés et préciser le plus grand d'entre eux (si l'exercice n°2 a été fait, utiliser les résultats trouvés).

❶ 56 et 90

❷ 64 et 123

❸ 102 et 68

b) En utilisant les PGCD trouvés à la question précédente, trouver la fraction irréductible égale à :

❶ $\frac{56}{90}$

❷ $\frac{64}{123}$

❸ $\frac{102}{68}$

c) Montrer que 75 et 64 sont premiers entre eux. Que peut-on en déduire pour la fraction $\frac{75}{64}$?

EXERCICE 5 :

1) Sachant que $\text{PGCD}(351 ; 243) = 27$, trouver la fraction irréductible égale à $\frac{351}{243}$.

2) Sachant que $\text{PGCD}(1121 ; 413) = 59$, trouver la fraction irréductible égale à $\frac{413}{1121}$.

3) Sachant que $\text{PGCD}(63 ; 84) = 21$, trouver la fraction irréductible égale à $\frac{63}{84}$.

EXERCICE 6 :

1) Décomposer en produit de facteurs premiers les nombres suivants :

a) 72

b) 42

c) 120

d) 210

e) 81

f) 108

2) En utilisant la question précédente, trouver les fractions irréductibles égales aux fractions suivantes :

a) $\frac{72}{42}$

b) $\frac{42}{120}$

c) $\frac{120}{210}$

d) $\frac{108}{81}$

EXERCICE 7 :

Un confiseur dispose de 126 bonbons au citron et de 98 bonbons à l'orange. Il souhaite faire plusieurs paquets identiques contenant chacun le même nombre de bonbons de chaque sorte. Il veut aussi utiliser tous les bonbons.

- 1) a) Le confiseur peut-il composer exactement 9 paquets de ce type ? Pourquoi ?
b) Que doit vérifier le nombre de paquets ?
- 2) Quels sont les diviseurs communs à 126 et 98 ?
- 3) Indiquer toutes les possibilités en précisant pour chacune d'elles le nombre de paquets et leur composition.

EXERCICE 8 :

Olivia avait un paquet de 320 bonbons et un paquet de 280 chewing-gums qu'elle a partagés équitablement avec un groupe de personnes.

Il lui reste alors 5 bonbons et 10 chewing-gums.

- 1) On souhaite retrouver le nombre de personnes de ce groupe. Le nombre recherché est un diviseur de deux nombres, lesquels ?
- 2) Calculer maintenant le nombre maximal de personnes du groupe.
- 3) Combien de bonbons et de chewing-gums chaque personne aura-t-elle ?

EXERCICE 9 :

- 1) Calcule le PGCD de 480 et 560.
- 2) Un artisan souhaite recouvrir une terrasse rectangulaire de 4,8 m de large et de 5,6 m de long à l'aide de dalles carrées identiques sans faire de découpe. Quelle mesure maximale du côté de chaque dalle doit-il choisir ?
- 3) Combien de dalles doit-il acheter ?

CORRECTION : ARITHMETIQUE

EXERCICE 1 : Mettre seulement une croix dans les cases du tableau où la réponse est OUI.

	9 516	30	605	351	202	345	49	738	924	198 720	272
Divisible par 2	X	X			X			X	X	X	X
Divisible par 3	X	X		X		X		X	X	X	
Divisible par 4	X								X	X	X
Divisible par 5		X	X			X				X	
Divisible par 9				X				X		X	
Divisible par 10		X								X	
Somme des chiffres	21	3	11	9	4	12	13	18	15	27	11

EXERCICE 2 :

Trouver tous les diviseurs des nombres suivants :

❶ $56 = 1 \times 56$
 $= 2 \times 28$
 $= 4 \times 14$
 $= 7 \times 8$
 Les diviseurs de 56 sont 1 ; 2 ; 4 ; 7 ; 8 ; 14 ; 28 et 56.

❷ $90 = 1 \times 90$
 $= 2 \times 45$
 $= 3 \times 30$
 $= 5 \times 18$
 $= 6 \times 15$
 $= 9 \times 10$
 Les diviseurs de 90 sont 1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 6 ; 9 ; 10 ; 15 ; 18 ; 30 ; 45 et 90.

❸ $64 = 1 \times 64$
 $= 2 \times 32$
 $= 4 \times 16$
 $= 8 \times 8$
 Les diviseurs de 64 sont 1 ; 2 ; 4 ; 8 ; 16 ; 32 et 64.

❹ $123 = 1 \times 123$
 $= 3 \times 41$
 Les diviseurs de 123 sont 1 ; 3 ; 41 et 123.

❺ $102 = 1 \times 102$
 $= 2 \times 51$
 $= 3 \times 34$
 $= 6 \times 17$
 Les diviseurs de 102 sont 1 ; 2 ; 3 ; 6 ; 17 ; 34 ; 51 et 102.

EXERCICE 3 :

1) Parmi les cinq nombres suivants, un seul est premier. Lequel ?

14	25	31	57	77
----	----	----	----	----

14 est divisible par 2 car il est pair.

25 est divisible par 5 car son chiffre des unités est 5.

57 est divisible par 3 car la somme de ses chiffres (12) est divisible par 3.

77 est divisible par 7 car $77 = 7 \times 11$.

31 est un nombre premier car il n'admet que 2 diviseurs : 1 et lui-même.

2) Parmi les cinq nombres suivants, un seul n'est pas premier. Lequel ?

19	29	37	49	59
----	----	----	----	----

49 est divisible par 7 donc il n'est pas premier.

EXERCICE 4 :

a) Dans chaque cas, trouver tous les diviseurs communs aux deux nombres proposés et préciser le plus grand d'entre eux (si l'exercice n°2 a été fait, utiliser les résultats trouvés).

❶ 56 et 90

D'après l'exercice n°2 :

- Les diviseurs de 56 sont 1 ; 2 ; 4 ; 7 ; 8 ; 14 ; 28 et 56.
- Les diviseurs de 90 sont 1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 6 ; 9 ; 10 ; 15 ; 18 ; 30 ; 45 et 90.

Donc les diviseurs communs de 56 et 90 sont 1 et 2 et PGCD (56 ; 90) = 2.

❷ 64 et 123

D'après l'exercice n°2 :

- Les diviseurs de 64 sont 1 ; 2 ; 4 ; 8 ; 16 ; 32 et 64.
- Les diviseurs de 123 sont 1 ; 3 ; 41 et 123.

Donc les nombres 64 et 123 ont un seul diviseur commun 1 et PGCD (64 ; 123) = 1.

On dit que 64 et 123 sont premiers entre eux.

❸ 102 et 68

D'après l'exercice n°2 :

- Les diviseurs de 102 sont 1 ; 2 ; 3 ; 6 ; 17 ; 34 ; 51 et 102.

$$68 = 1 \times 68$$

$$= 2 \times 34$$

$$= 4 \times 17 \quad \text{Les diviseurs de 68 sont 1 ; 2 ; 4 ; 17 ; 34 et 68.}$$

Donc les diviseurs communs de 102 et 68 sont 1 ; 2 ; 17 et 34 et PGCD (102 ; 68) = 34.

b) En utilisant les PGCD trouvés à la question précédente, trouver la fraction irréductible égale à :

❶ PGCD (56 ; 90) = 2 donc $\frac{56}{90} = \frac{56 : 2}{90 : 2} = \frac{28}{45}$.

❷ PGCD (64 ; 123) = 1 donc 64 et 123 sont des nombres premiers entre eux.

Donc $\frac{64}{123}$ est déjà une fraction irréductible.

❸ PGCD (102 ; 68) = 34 donc $\frac{102}{68} = \frac{102 : 34}{68 : 34} = \frac{3}{2}$.

c) Montrer que 75 et 64 sont premiers entre eux. Que peut-on en déduire pour la fraction $\frac{75}{64}$?

Les diviseurs de 75 sont 1 ; 3 ; 5 ; 15 ; 25 et 75.

Les diviseurs de 64 sont 1 ; 2 ; 4 ; 8 ; 16 ; 32 et 64.

1 est le seul diviseur commun de 75 et 64.

Donc $\frac{75}{64}$ est une fraction irréductible.

EXERCICE 5 :

- 1) Sachant que PGCD (351 ; 243) = 27, trouver la fraction irréductible égale à $\frac{351}{243}$. $\frac{351}{243} = \frac{351 : 27}{243 : 27} = \frac{13}{9}$
- 2) Sachant que PGCD (1121 ; 413) = 59, trouver la fraction irréductible égale à $\frac{413}{1121}$. $\frac{413}{1121} = \frac{413 : 59}{1121 : 59} = \frac{7}{19}$
- 3) Sachant que PGCD (63 ; 84) = 21, trouver la fraction irréductible égale à $\frac{63}{84}$. $\frac{63}{84} = \frac{63 : 21}{84 : 21} = \frac{3}{4}$

EXERCICE 6 :

1) Décomposer en produit de facteurs premiers les nombres suivants :

a) $72 = 8 \times 9$
 $= 2 \times 4 \times 3 \times 3$
 $= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$
 $= 2^3 \times 3^2$

b) $42 = 6 \times 7$
 $= 2 \times 3 \times 7$

c) $120 = 4 \times 30$
 $= 2 \times 2 \times 2 \times 15$
 $= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5$
 $= 2^3 \times 3 \times 5$

d) $210 = 3 \times 70$
 $= 3 \times 7 \times 10$
 $= 3 \times 7 \times 2 \times 5$
 $= 2 \times 3 \times 5 \times 7$

e) $81 = 9 \times 9$
 $= 3 \times 3 \times 3 \times 3$
 $= 3^4$

f) $108 = 2 \times 54$
 $= 2 \times 2 \times 27$
 $= 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$
 $= 2^2 \times 3^3$

2) En utilisant la question précédente, trouver les fractions irréductibles égales aux fractions suivantes :

$$a) \frac{72}{42} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3}{2 \times 3 \times 7} = \frac{12}{7}$$

$$b) \frac{42}{120} = \frac{2 \times 3 \times 7}{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5} = \frac{7}{20}$$

$$c) \frac{120}{210} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5}{2 \times 3 \times 5 \times 7} = \frac{4}{7}$$

$$d) \frac{108}{81} = \frac{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3}{3 \times 3 \times 3 \times 3} = \frac{4}{3}$$

EXERCICE 7 :

- 1) a) Il ne peut pas composer 9 paquets car 9 ne divise pas 98.
 b) Le nombre de paquets doit diviser le nombre de bonbons au citron (126) et le nombre de bonbons à l'orange (98), donc c'est un diviseur commun de 126 et 98.

$$2) \quad \begin{array}{l|l|l} 98 = 1 \times 98 & 126 = 1 \times 126 & 126 = 6 \times 21 \\ = 2 \times 49 & = 2 \times 63 & = 7 \times 18 \\ = 7 \times 14 & = 3 \times 42 & = 9 \times 14 \end{array} \quad \left| \quad \begin{array}{l} \text{Donc les diviseurs communs de 98 et 126 sont} \\ 1 ; 2 ; 7 \text{ et } 14. \end{array} \right.$$

- 3) Le confiseur a 4 possibilités :

- 1 paquet qui comprend 126 bonbons au citron et de 98 bonbons à l'orange.
- 2 paquets : un paquet comprend 63 bonbons au citron et 49 bonbons à l'orange
- 7 paquets : un paquet comprend 18 bonbons au citron et 14 bonbons à l'orange.
- 14 paquets : un paquet comprend 9 bonbons au citron et 7 bonbons à l'orange.

EXERCICE 8 :

- 1) $320 - 5 = 315$ bonbons
 $280 - 10 = 270$ chewing-gums
 Le nombre de personnes doit diviser le nombre de bonbons (315) et de chewing-gums (270).

- 2) Le nombre de personnes étant maximal, ce sera le PGCD de 315 et 270.

$$\begin{array}{l} 315 = 5 \times 63 \\ = 5 \times 7 \times 9 \\ = 3 \times 3 \times 5 \times 7 \end{array} \quad \begin{array}{l} 270 = 9 \times 30 \\ = 3 \times 3 \times 3 \times 10 \\ = 3 \times 3 \times 3 \times 2 \times 5 \\ = 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \end{array}$$

Donc PGCD (315 ; 270) = $3 \times 3 \times 5 = 45$

Il y a 45 personnes.

- 3) $315 : 45 = 7$ et $270 : 45 = 6$
 Chaque personne aura 7 bonbons et 6 chewing-gums.

EXERCICE 9 :

- 1) Calculer le PGCD de 480 et 560.

Les diviseurs de 480 sont 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 8 ; 10 ; 12 ; 15 ; 16 ; 20 ; 24 ; 30 ; 32 ; 40 ; 48 ; 60 ; 80 ; 96 ; 120 ; 160 ; 240 et 480.

Les diviseurs de 560 sont 1 ; 2 ; 4 ; 5 ; 7 ; 8 ; 10 ; 14 ; 16 ; 20 ; 28 ; 35 ; 40 ; 56 ; 70 ; 80 ; 112 ; 140 ; 280 et 560.

Les diviseurs communs de 480 et 560 sont 1 ; 2 ; 4 ; 5 ; 8 ; 10 ; 16 ; 20 ; 40 ; 80.

Donc PGCD (560 ; 480) = 80

- 2) $4,8 \text{ m} = 480 \text{ cm}$ et $5,6 \text{ m} = 560 \text{ cm}$

La mesure d'une dalle doit diviser la longueur (560 cm) et la largeur (480 cm), c'est donc un diviseur commun de 560 et 480.

La taille d'une dalle devant être maximale, la taille sera le PGCD de 560 et 480 c'est à dire 80 cm.

- 3) Dans la longueur $560 : 80 = 7$ dalles

Dans la largeur $480 : 80 = 6$ dalles

$$6 \times 7 = 42$$

Il faut acheter 42 dalles.